

Предисловие

Книга, которую вы держите в руках, представляет собой учебно-справочное пособие для подготовки к Государственной (итоговой) аттестации (ГИА) по информатике и ИКТ и предназначена как для учеников 8—9-х классов средних школ, так и для их педагогов.

Настоящее пособие призвано помочь систематизировать материал, изученный при подготовке к аттестации, а также выявить и устранить пробелы в знаниях.

В настоящее время в России изданы учебники разных авторов по информатике и ИКТ для 8—9-х классов средних общеобразовательных и специализированных школ. Последовательность изложения материала и его объём в разных учебниках зачастую существенно различаются. Соответственно различаются и учебные программы по информатике и ИКТ в разных школах. Например, в одних учебниках делается упор на моделирование, в других — на программирование, в третьих — на информационные технологии и т. д. Данное пособие не заменяет учебники по информатике и ИКТ, но делает их использование более эффективным при подготовке к ГИА.

При создании учебно-справочного пособия авторы опирались на «Кодификатор элементов содержания экзаменационной работы и требований к уровню подготовки выпускников для проведения в 2010 году государственной (итоговой) аттестации (в новой форме) по информатике и ИКТ обучающихся, освоивших основные общеобразовательные программы основного общего образования».

Элементы содержания кодификатора представлены в пособии с разной степенью детализации. Некоторые элементы содержания, не нашедшие отражения в заданиях ГИА, не включены в пособие. В то же время авторы предлагают материал, не включённый в разделы кодификатора, но необходимый для решения заданий ГИА.

Поскольку задания ГИА, связанные с программированием, опираются на школьный алгоритмический язык (АЯ), то в главах, посвящённых алгоритмизации и программированию, авторы используют именно школьный АЯ.

В данном пособии приведён справочный теоретический материал, на который можно опираться при выполнении тренировочных заданий ГИА, а также рассмотрены примеры решения этих заданий.

В конце каждой главы предлагаются задания разных типов для их самостоятельной проработки, требующие знания теории, описанной в текущей и предыдущих главах. Все задачи снабжены ответами и дифференцированы по уровню сложности, а именно задачи повышенного уровня отмечены знаком *, задачи базового уровня без отличительных отметок.

Кроме того, пользователь данного пособия и пособия, содержащего контрольные тренировочные материалы по информатике, может развить практические навыки решения заданий ГИА.

Важные термины и определения в тексте выделены жирным шрифтом или оформлены в рамки, разделы для дополнительного чтения — боковой вертикальной линией.

Авторы благодарят за помощь в подготовке учебно-справочных материалов *Галину Васильевну Этину*, заместителя директора по информационным технологиям лицея № 126 Санкт-Петербурга.

Авторы пособия — преподаватели Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (www.hse.ru) — работают на отделении программной инженерии факультета бизнес-информатики (se.hse.ru). С. М. Авдошин (<http://www.hse.ru/org/persons/68174>) и Р. З. Ахметсафина (<http://www.hse.ru/org/persons/10253687>) разрабатывали в разные годы тесты по информатике для абитуриентов по заказу Федерального центра тестирования, Р. З. Ахметсафина и О. М. Максименкова (<http://www.hse.ru/org/persons/3626661>) работали экспертами в комиссиях по проверке части С ЕГЭ по информатике. С. М. Авдошин, Р. З. Ахметсафина и О. М. Максименкова участвовали в реализации проекта «Подготовка и переподготовка профильных специалистов на базе центров образования и разработок в сфере информационных технологий в Центральном федеральном округе». В рамках проекта свыше тысячи учителей информатики РФ и СНГ прошли повышение квалификации. Авторы широко используют тестовые технологии проверки знаний при обучении студентов НИУ ВШЭ по направлению «Программная инженерия».

Авторы ждут предложений и замечаний читателей, которые можно направлять по адресам savdoshin@hse.ru, rakhmetsafina@hse.ru, omaksimenkova@hse.ru.

Надеемся, что материал данного пособия окажется полезным для вас и поможет успешно пройти государственную (итоговую) аттестацию.

Приятного и плодотворного чтения!

ГЛАВА 1

ИНФОРМАЦИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ

Понятия «вещество», «время», «энергия», «пространство» долгое время были основой научной картины мира. В XX веке к этим понятиям добавилось понятие «информация». Появилась вычислительная техника, начали бурно развиваться науки, изучающие информацию и информационные процессы.

Во все времена информация играла важную роль в жизни людей: её получали древние охотники, идущие по следу; секреты мастерства ремесленников передавались от отца к сыну; она сохранялась в песнях и сказаниях, а также в наскальных рисунках и пергаментных свитках.

Строгого определения информации нет так же, как нет определения точки в геометрии. Латинское слово *informatio* (информация) означает «сведения, разъяснение, изложение».

В учебниках, словарях и других источниках можно встретить следующие определения слова «информация»:

- сведения об окружающем мире и протекающих в нём процессах, воспринимаемые человеком или специальным устройством (толковый словарь русского языка С. И. Ожегова);
- любые данные или сведения, которые кого-либо интересуют (толковый словарь русского языка С. И. Ожегова);
- сведения (сообщения, данные) независимо от формы их представления (Федеральный закон Российской Федерации от 27 июля 2006 г. N 149-ФЗ «Об информации, информационных технологиях и о защите информации»);
- отражение внешнего мира с помощью знаков и сигналов;
- совокупность данных, зафиксированных на материальном носителе, сохранённых и распространённых во времени и пространстве;
- осознанные сведения об окружающем мире, которые являются объектом хранения, преобразования, передачи и использования;
- сведения об объектах и явлениях окружающей среды, их параметрах, свойствах и состоянии, которые воспринимают живые организмы, технические системы и др. в процессе жизнедеятельности и работы, позволяющие им реагировать на окружающую среду, обеспечивая целенаправленную деятельность.

Информация не является ни веществом, ни энергией. В отличие от них она может появляться и исчезать. Особенность информации заключается в том, что проявляется она только при взаимодействии объектов.

Информация существует в виде текстов, рисунков, электромагнитных волн, жестов, запахов, хромосом и т. д. Человек получает информацию из окружающего мира с помощью своих органов чувств в форме сообщений. Содержащиеся в них сведения должны быть понятными получателю. Например, сообщение на иностранном языке, которого получатель не знает, не несёт информации, так как человек не поймёт

сообщения. Новой информации не несёт сообщение, если его содержание уже известно получателю.

К основным свойствам информации относят:

- понятность — информация выражена языком, понятным получателю;
- достоверность — информация отражает истинное положение дел;
- полнота — информация достаточна для принятия решения;
- актуальность — информация важна и существенна в настоящее время;
- ценность (полезность) — определяется задачами, которые можно решить с её помощью и т. д.

Информацию, зафиксированную каким-либо способом, называют **информационным объектом**.

В современной жизни информация играет очень важную роль. «Кто владеет информацией, тот владеет миром!» — эта крылатая фраза может считаться девизом современного информационного общества.

Информация является предметом изучения науки «Информатика». Французское слово *informatique* образовано из двух слов: *information* (информация) и *automatique* (автоматика) — и означает «автоматизированная обработка информации». Аналог этого термина на английском языке — *computer science* (наука о компьютерной технике).

Информатика состоит из множества различных дисциплин — теории информации, программирования, теории алгоритмов и др.

Информатика — это наука, изучающая структуру и свойства информации, принципы, законы и методы её поиска, хранения, передачи и обработки с использованием компьютерной техники.

Информация не существует сама по себе, она проявляется в информационных процессах. **Информационные процессы** — это процессы поиска, хранения, передачи и обработки информации. Информационные процессы изменяют содержание информации или форму её представления.

Для хранения информации необходим физический носитель информации. Информация может храниться в памяти людей, в книгах, справочниках, на магнитных и оптических дисках и других носителях.

В передаче информации всегда участвуют две стороны — *источник* и *приёмник*. Передача информации от источника к приёмнику происходит по каналам связи в форме сигналов.

Обработка информации заключается либо в получении новой информации из имеющейся, либо в изменении формы представления информации. Новую информацию получают путём вычислений или логических рассуждений. Форма представления информации меняется, например, при переводе текста с одного языка на другой. Одним из основных средств обработки информации является компьютер.

Компьютер — это программно-управляемое электронное устройство автоматической обработки информации.

Различают два основных класса компьютеров:

- *аналоговые компьютеры*, обрабатывающие непрерывно меняющиеся физические величины, которые являются аналогами вычисляемых величин;

— *цифровые компьютеры*, обрабатывающие данные в виде числовых двоичных кодов.

В школьном курсе информатики изучаются только цифровые компьютеры.

Информационно-коммуникационные технологии (ИКТ) — совокупность технических и программных средств и приёмов хранения, передачи, обработки и поиска информации.

ГЛАВА 2

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ

Язык как способ представления и передачи информации

Информация часто передаётся в устной или письменной форме на **естественном языке** (*русском, английском* и др.). Язык должен быть известен всем людям, участвующим в общении. Кроме естественных языков существуют **формальные**, или **искусственные, языки**. Формальные языки широко используются в науке и технике. Они являются средством более точного обмена информацией между людьми, чем естественный язык. Например, *математические символы и формулы* — формальный язык математики, *ноты и правила их записи* — формальный язык музыки. К формальным языкам относятся также *азбука Морзе, системы счисления, языки программирования, обозначения логических схем* и т. д.

Язык — знаковый способ представления информации. С помощью языка информация передаётся в знаковой форме.

Знаковая система состоит из упорядоченного набора знаков (символов), который называется **алфавитом**. Полное количество символов алфавита называется **мощностью алфавита**. Например, алфавит русского языка состоит из 33 букв, латинского — из 26 букв. Мощность русского алфавита — 33, латинского — 26.

Минимально возможное количество символов в алфавите равно двум. Существующие технические электронные устройства надёжно сохраняют и распознают только два различных состояния, поэтому именно такой алфавит используется в компьютере. Он называется **двоичным алфавитом**, его символы — цифры 0 и 1. С помощью этих двух символов можно представить любую информацию в компьютере.

Если для сообщения используется двоичный алфавит и длина сообщения — один знак, можно составить два различных сообщения (0 и 1). Если длина сообщения — два знака, можно сформировать $2 \times 2 = 2^2 = 4$ разных комбинации (00, 01, 10, 11). При длине сообщения три знака получим $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$ различных комбинаций (000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111). И т. д.

Комбинации символов двоичного алфавита называют **двоичными кодами**. Количество знаков в коде называется **длиной кода**.

Если мощность алфавита равна 2, длина кода равна L , можно составить $K = 2^L$ различных двоичных кодов.

Пример 2.1. Какой должна быть минимальная длина двоичного кода, если требуется составить 18 различных комбинаций?

Решение. Известно, что если длина двоичного кода равна трём, можно составить 8 различных комбинаций. При длине кода 4 символа можно составить $2^4 = 16$ различных комбинаций, при длине кода 5 символов — $2^5 = 32$ комбинации.

Ответ: минимальная длина кода равна 5.

Пример 2.2. Световое табло состоит из лампочек. Каждая лампочка может находиться в одном из трёх состояний («включено», «выключено» или «мигает»). Какое наименьшее количество лампочек должно находиться на табло, чтобы с его помощью можно было передать 18 различных сигналов?

Решение. Нам нужно найти количество лампочек, которое обеспечит возможность передачи 18 различных сигналов. Сколько сигналов можно передать с помощью одной лампочки? Три сигнала. А сколько различных сигналов можно передать двумя лампочками? В этом случае первая лампочка может находиться в одном из трёх состояний, при этом вторая также может находиться в одном из трёх состояний. Это даёт $3 \times 3 = 9$ комбинаций, т. е. можно передать 9 различных сигналов. Если взять 3 лампочки, то можно составить уже $3 \times 3 \times 3 = 27$ комбинаций. Двух лампочек явно не достаточно, чтобы закодировать 18 сигналов, однако трёх более чем достаточно.

Ответ: минимальное количество лампочек равно 3.

Пример 2.3 *. Сформулируем задачу несколько иначе (см. пример 2.2). Мощность алфавита равна трём (знаки 0, 1, 2). Какой должна быть длина троичного кода, чтобы закодировать 18 комбинаций?

Решение. Каждая цифра в коде соответствует состоянию лампочки из предыдущего примера. Рассуждаем аналогично первому варианту решения. Одна цифра позволит закодировать 3 сигнала. Две цифры дадут 9 различных сигналов, а три цифры — 27 различных сигналов. Значит, на 18 сигналов потребуется код длины не меньше трёх.

Ответ: минимальная длина троичного кода равна 3.

Если мощность алфавита равна N , длина кода L , можно составить $K = N^L$ различных кодовых комбинаций.

Моделирование объектов и процессов

Моделирование является мощным инструментом познания окружающей нас действительности.

Человек постоянно сталкивается с моделями тех или иных объектов, процессов или явлений, иногда даже не подозревая об этом. Моделью человеческой фигуры являются манекены в портновских мастерских и магазинах. Игрушечные коллекционные машинки представляют собой модели полноразмерных действующих автомобилей. Глобус — это модель Земли. Все эти *модели предметные*, они похожи на людей, машины, планету.

Маленькие дети любят играть в «дочки-матери», «магазин», «в школу». В игре *моделируются отношения*, которые складываются в определённых обстоятельствах.

Моделями являются скульптуры, театральные постановки, литературные произведения.

Для изучения силы трения на уроках физики проводятся опыты: к бруску прикрепляется динамометр, затем брусок заставляют двигаться равномерно. При изменении условий опыта (площади и массы бруска, угла наклона поверхности, по которой он движется) снимают показания, анализ которых позволяет вывести формулу, описывающую закон трения.

При проектировании новых двигателей их проверяют на испытательных стендах, которые позволяют смоделировать разные условия работы двигателя. Это дешевле и безопаснее, чем проводить реальные испытания.

Любая экономическая реформа (повышение налогов, сокращение рабочих мест, вложения в развитие предприятия или отрасли) затрагивает интересы многих людей. Проведение реальных экспериментов может потребовать больших затрат и привести к нежелательным результатам. Для прогнозирования результатов реформ используется *имитационное моделирование* — один из методов исследования сложных экономических систем.

Основные понятия

Человечество постоянно создаёт и использует модели объектов окружающего мира. Объект-оригинал иногда сложно или даже невозможно изучать: он может быть слишком маленьким (атом, электрон) или слишком большим (Солнечная система), медленным (процесс развития общества) или очень быстрым (химическая реакция), иметь неизвестные свойства и взаимосвязи, быть недоступным, эксперименты с ним могут быть опасными или дорогостоящими. Без использования моделей невозможно проектирование и создание технических устройств, машин и механизмов, зданий и сооружений. Развитие науки и получение образования невозможно без *теоретических моделей* (теорий, законов, гипотез), отражающих строение, свойства и поведение реальных объектов. Модели используются для представления объектов,

объяснения известных фактов, построения гипотез, получения новых знаний об исследуемых объектах, прогнозирования, управления и т. д.

Объектом моделирования может быть материальный предмет, явление, событие, процесс, который требуется изучить или описать.

Субъектом моделирования является человек, который занимается моделированием.

Объекты моделирования могут быть **естественными** (Солнечная система, животные и растения, круговорот воды в природе) и **искусственными** (автомобиль, самолёт, книга, математическая или химическая формула). Модели естественных объектов всегда проще, чем оригинал. Естественные объекты имеют множество свойств и признаков, о них далеко не всё известно, к тому же они могут быть очень сложными. При моделировании искусственных объектов принципиально возможно создание точной модели оригинала, но чаще при моделировании таких объектов всё же выделяют некоторые их существенные свойства.

Модели всегда не сложнее объектов, для которых они созданы. Некоторые свойства объектов не учитывают в соответствии с целями моделирования, но бывает и так, что о некоторых свойствах просто не знают.

Что общего имеют приведённые выше примеры?

1. Во всех примерах есть **объект моделирования** (человек, Земля, двигатель, отношения людей, сила трения, экономические отношения).
2. Любая модель соответствует объекту, **подобна** ему по внешнему виду, по структуре или по поведению.
3. Любая модель строится с какой-либо **целью**, определённой субъектом моделирования.
4. Модель отражает лишь некоторые, наиболее **существенные** свойства и признаки объекта. Свойства и признаки объекта выделяются в зависимости от целей моделирования и решаемых задач.
5. Модель создаётся для **получения** или **распространения информации** об объекте моделирования, необходимой для решения поставленных задач и достижения целей.

Описание **внешнего вида объекта** сводится к перечислению его признаков и необходимо для идентификации (распознавания) объекта, одновременного хранения образа объекта (фотография, портрет).

Структурой объекта называют совокупность его элементов и связей между ними. Моделирование структуры используется для наглядного представления, выявления значимых связей и т. д.

Поведение объекта — это изменения, происходящие с ним во времени. Описание поведения сводится к описанию внешнего вида и структуры с течением времени в результате взаимодействия с другими объектами и используется для прогнозирования, управления и т. д.

Свойство объекта, которое можно выразить относительно постоянным показателем, называют **параметром модели**. Параметры указывают, чем данный объект отличается от других. Параметры могут быть не только количественными, но и качественными (например, словесное описание объекта).

Важно пояснить, что существенность и несущественность свойств объекта — понятия относительные. Например, для кассира по продаже авиабилетов модель самолёта — это план салона, а существенные признаки — количество рядов кресел и мест в ряду, наличие свободных мест и т. д. Для авиадиспетчера модель самолёта — это светящаяся точка на экране радара, существенные признаки — скорость и высота полёта, направление и вид движения (взлёт, посадка и т. п.). Для инженера авиастроительного предприятия модель самолёта — это конструкторские чертежи, перечень деталей, технологическая карта сборки, а существенные признаки — наименование и количество деталей, квалификация специалистов, выполняющих сборку, и т. п.

Разные объекты могут описываться одной моделью. Например, если размер объекта значительно меньше его перемещений (движение планет, автомобиля, мяча), можно использовать модель движения материальной точки.

Для описания и исследования одного и того же объекта могут использоваться разные модели.

Для описания и исследования разных объектов может использоваться одна и та же модель.

Термин «модель» имеет множество значений. Моделями могут быть:

- уменьшенные копии предметов;
- формулы (математические, физические, химические и т. д.);
- схемы физических явлений (модель движения планет Солнечной системы, модель получения изображения при использовании линз);
- описание последовательности действий (разбор предложения по составу, последовательность изготовления швейного изделия, порядок зачисления абитуриентов в вузы);
- эталонные модели (метра, килограмма).

Существуют разные определения понятия «модель». Приведём одно из них:

Модель — это новый объект, который отражает наиболее существенные (с точки зрения целей моделирования) свойства изучаемого объекта.

Моделирование — это построение моделей для исследования и изучения объектов окружающей действительности.

В результате моделирования человек получает информацию, которую может использовать для определения и улучшения характеристик реальных объектов и процессов, анализа явлений, создания новых объектов, принятия решений.

При моделировании изучение свойств объекта заменяется исследованием свойств его модели, что существенно облегчает, а в ряде случаев делает принципиально возможным проведение исследования.

Моделирование используется в познании, общении и практической деятельности и является неотъемлемым элементом любой целенаправленной деятельности.

Информационные модели

Модели можно классифицировать по разным признакам:

- по областям использования — опытные, игровые, имитационные;
- отраслям знаний — биологические, химические и т. д.;
- способам представления — материальные и информационные.

Материальные (натурные) модели — это уменьшенные или увеличенные копии, воспроизводящие внешний вид моделируемого объекта, его структуру или поведение (макет нефтяной вышки, модель атома, глобус);

В информатике рассматриваются информационные модели.

Информационная модель — это описание моделируемого объекта на каком-либо языке (словесное описание, схемы, чертежи, карты, формулы, рисунки), отражающее наиболее существенные с точки зрения цели моделирования свойства, признаки и состояния объекта, его взаимосвязь с внешним миром.

Например, модель поваренной соли можно описать словами (поваренная соль — это соединение одного атома натрия и одного атома хлора) или представить в виде химической формулы NaCl .

Информационная модель, как и любой другой вид информации, имеет материальный носитель. Им может быть бумага, классная доска, экран монитора и т. п. Модель может быть зафиксирована с помощью типографской краски, чернил и т. п. Для информационной модели важен смысл, который она передаёт, а не материальный носитель.

Приведём ещё одно определение информационной модели.

Модель, представляющая объект набором параметров и связей между ними, называется **информационной моделью**.

Информационные модели делятся на *описательные* и *формальные*.

Описательные информационные модели — это модели, созданные на естественном языке в устной или письменной форме. Их также называют *вербальными*. Они, как правило, отображают объекты моделирования качественно, не используя количественных характеристик. Например, модель мира Коперника на естественном языке: Земля вращается вокруг Солнца, Луна вращается вокруг Земли. Все планеты вращаются вокруг Солнца.

Формальные информационные модели — это модели, созданные на формальном языке. Их также называют *знаковыми*. Примерами знаковых моделей являются формулы, таблицы, карты, блок-схемы и т. д.

Процесс построения информационных моделей с помощью формальных языков называется **формализацией**.

Этапы разработки информационной модели

Перед разработкой модели должны быть обязательно чётко сформулированы цели моделирования. Это определит результат всей дальнейшей работы.

Разработка модели выполняется в несколько этапов:

- анализ объекта моделирования и выделение его свойств;
- анализ выделенных свойств с точки зрения цели моделирования и определение существенных свойств;
- выбор формы представления модели;
- формализация;
- анализ модели на непротиворечивость;
- анализ адекватности модели целям и задачам моделирования.

На первом этапе разработки модели в результате анализа выявляются структура объекта, т. е. элементы, их свойства и связи между ними, и при необходимости поведение объекта.

Далее определяют наиболее существенные элементы, свойства и связи реальных объектов. Информации об объектах может быть очень много, не вся она важна для целей моделирования. Например, если создаётся информационная модель «Успеваемость учащихся», важны такие сведения, как фамилия, имя ученика, класс, в котором он учится, предметы, которые он изучает, оценки. Несущественными для модели являются сведения о том, какие фильмы нравятся ученику, его вес, размер обуви, цвет его глаз и т. д. От того, насколько правильно и полно выделены существенные признаки, зависит соответствие модели поставленной цели, т. е. её адекватность цели моделирования.

На следующем этапе выбирается форма представления информационной модели. При этом следует учитывать поставленные задачи, возможности средств и методов моделирования. От формы представления существенных признаков объекта зависит адекватность модели объекту моделирования. При компьютерном моделировании следует учитывать возможности программного обеспечения, которое будет использоваться.

Формализация как этап разработки модели — это процесс представления информации о существенных свойствах объекта в выбранной форме. Например, математические модели строятся с использованием математических понятий и формул.

Информационная модель может быть построена с использованием *графов*.

Граф — это средство наглядного представления элементов объекта и связей между ними. Граф состоит из вершин, связанных дугами или рёбрами. Вершины изображают точками, кругами, овалами, прямоугольниками и т. д., связи между вершинами — линиями. Если линия направленная, т. е. со стрелкой, она называется *дугой*. Если линия ненаправленная, т. е. без стрелок, она называется *ребром*. Одно ребро заменяет две дуги между противоположными вершинами. Две вершины, соединённые дугой или ребром,

называются *смежными*. Граф, у которого каждому ребру или дуге сопоставлено некоторое число, называется *нагруженным*. Это число может обозначать расстояние между вершинами, время перехода от одной вершины к другой и т. д. *Путь в графе* — это конечная последовательность вершин графа, где каждая из вершин соединена со следующей в последовательности вершиной как минимум одним ребром (дугой).

Граф может быть задан разными способами: *списком дуг*, *графически* или *таблицей*. С помощью графа удобно представить модель населённых пунктов, связанных дорогами (см. ниже).

Формы представления информационных моделей

Список дуг	Графическая форма	Табличная форма																									
(AB; 9), (BD; 4), (DC; 8), (AC; 7), (CB; 6)		<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>D</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>A</th> <td></td> <td>9</td> <td>7</td> <td></td> </tr> <tr> <th>B</th> <td>9</td> <td></td> <td>6</td> <td>4</td> </tr> <tr> <th>C</th> <td>7</td> <td>6</td> <td></td> <td>8</td> </tr> <tr> <th>D</th> <td></td> <td>4</td> <td>8</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		A	B	C	D	A		9	7		B	9		6	4	C	7	6		8	D		4	8	
	A	B	C	D																							
A		9	7																								
B	9		6	4																							
C	7	6		8																							
D		4	8																								

В табличной форме на пересечении строк и столбцов, обозначающих населённые пункты, показаны расстояния между ними. Такая таблица называется *таблицей смежности*. Исследовать подобную модель можно с использованием теории графов и разработанных на её основе алгоритмов.

Построенную модель необходимо проверить на непротиворечивость и проанализировать, насколько она адекватна объекту и цели моделирования.

Приведём пример. Цель моделирования — составить расписание занятий в школе, т. е. определить для каждого класса порядок проведения занятий на каждый день и представить его в наглядной форме. Объект моделирования — организация учебного процесса. Субъект моделирования — завуч. Задачи моделирования: организовать учебный процесс так, чтобы выполнить учебный план, чтобы количество уроков в день было не больше шести и т. д.

Объект моделирования включает элементы: список классов школы; список учителей; список дисциплин для каждого класса и количество часов в неделю на каждую дисциплину; перечень учебных кабинетов; максимальное количество уроков в день.

Если ограничиться перечисленными выше элементами модели, то можно получить такое расписание, где урок литературы в 9-м классе, например, будет проводить учитель начальных классов в кабинете английского языка или в каком-либо классе может быть 6 уроков алгебры

в день и т. д. Почему это возможно? Модель неадекватна объекту. В модели не выделены связи между элементами.

Следует вернуться к этапу выделения свойств и структуры объекта. Требуется указать, какие дисциплины и в каких классах ведёт каждый учитель, в каких кабинетах проводятся занятия по каждой дисциплине и т. д.

Составление расписания — очень трудоёмкий и сложный процесс. При проверке модели расписания на противоречивость следует выяснить, нет ли у разных классов занятий в одно и то же время в один день в одном и том же кабинете; нет ли у одного учителя одновременно занятий в двух и более классах и т. д.

Таким образом, модель организации учебного процесса в форме расписания неоднократно уточняется и изменяется.

Использование компьютеров расширило возможности моделирования как инструмента изучения объектов. Это связано с высоким быстродействием компьютеров; использованием алгоритмов и языков программирования; применением мультимедийных средств для организации диалоговых режимов взаимодействия пользователя и компьютера в процессе моделирования; удобством представления, визуализации, хранения и передачи по компьютерным сетям результатов моделирования и т. д.

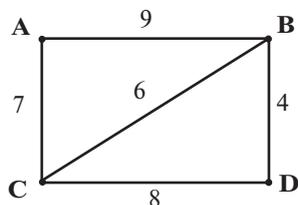
При проведении компьютерного моделирования на основе разработанной модели составляют план исследований, в который обязательно включают *разработку тестов* и *тестирование модели*. Тест предназначен для проверки правильности реализации модели. Если для исследований разработана программа, её запускают на выполнение, вводят исходные данные и получают результаты. Если модель исследуется в приложении, например в электронной таблице, то можно построить диаграммы, провести сортировку и поиск необходимых сведений, использовать другие методы обработки информации. Для тестирования модели следует ввести такие исходные данные, где результат известен заранее. Если полученные результаты не совпадают с ожидаемыми, следует уточнить модель. Возможно, не были выделены некоторые существенные свойства объекта или при разработке модели были допущены ошибки.

Результаты исследования модели анализируются, при этом считается, что объект обладает теми же свойствами, которые выявлены в модели. Анализ результатов моделирования позволяет делать выводы, строить прогнозы, принимать решения и т. д.

Использование электронных таблиц для моделирования будет рассмотрено в главе 10. Здесь мы рассмотрим решение задач с использованием графических моделей.

Пример 2.4. Задание с выбором одного ответа

На схеме нарисованы дороги между четырьмя населёнными пунктами А, В, С, D и указаны протяжённости данных дорог.



Передвигаться можно только по указанным на схеме дорогам. Кратчайшее расстояние между двумя наиболее удалёнными друг от друга пунктами равно

- | | |
|-------|-------|
| 1) 9 | 3) 15 |
| 2) 13 | 4) 17 |

Решение. На графической модели — схеме дорог — изображены 4 населённых пункта. Существует 6 пар пунктов и протяжённостей дорог между ними. Все пункты, кроме А и D, попарно соединены дорогами. Заметим, что для всех пар связанных пунктов схемы выполняется неравенство треугольника (длина любой стороны треугольника не превосходит сумму длин двух его других сторон). Поэтому кратчайшее расстояние между любыми двумя населёнными пунктами, связанными дорогой, равно протяжённости этой дороги.

А и D — единственная, не соединённая дорогой пара пунктов. Вычислим минимальную протяжённость дорог между этими пунктами. Для пути А—С—D расстояние равно $7 + 8 = 15$. Для пути А—В—D расстояние равно $9 + 4 = 13$. Другие возможные пути (А—В—С—D, А—С—В—D) не рассматриваются, так как выполняется неравенство треугольника.

Запишем все минимальные расстояния между пунктами:

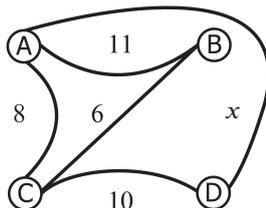
- | | |
|-------------------|------------------|
| 1) из А в В — 9; | 4) из В в С — 6; |
| 2) из А в С — 7; | 5) из В в D — 4; |
| 3) из А в D — 13; | 6) из С в D — 8. |

Таким образом, наиболее удалёнными друг от друга пунктами являются А и D, а кратчайшее расстояние между ними равно 13.

Ответ: 2.

Пример 2.5. Задание с выбором одного ответа

На схеме нарисованы дороги между четырьмя населёнными пункта-



ми А, В, С, D и указаны протяжённости данных дорог.

Известно, что кратчайшее расстояние между наиболее удалёнными друг от друга пунктами составляет 15. Определите значение x , при котором это возможно.

- | | |
|-------|------|
| 1) 15 | 3) 5 |
| 2) 6 | 4) 4 |

Решение. На графической модели — схеме дорог — изображены 4 населённых пункта. Существует 6 пар пунктов и протяжённости дорог между ними. Все пункты, кроме В и D, попарно соединены дорогами. Запишем все минимальные расстояния между пунктами:

- | | |
|----------------------------|---------------------------------|
| 1) из А в В — 11; | 4) из В в С — 6; |
| 2) из А в С — 8; | 5) из В в D — 16 или $11 + x$; |
| 3) из А в D — 18 или x ; | 6) из С в D — 10. |

Если x будет равно 15, то минимальное расстояние А—D равно 15, но при этом расстояние В—D станет равно $11 + 15 = 26$, что не соответствует условию задачи.

Аналогично рассуждаем при $x = 6$ и $x = 5$.

При $x = 4$ расстояние А—D равно 4, расстояние В—D станет равно $11 + 4 = 15$, что и является минимальным расстоянием между наиболее удалёнными пунктами.

Ответ: 4.

Измерение информации

Вещество и энергия имеют числовые характеристики, выраженные в единицах измерения. Можно измерить вес, длину, температуру, силу тока, количество тепла. Информацию тоже можно измерить.

Информация может быть представлена в *аналоговой (непрерывной)* или *дискретной* форме. При **аналоговой форме** физическая величина, используемая для **представления информации**, может принимать бесконечное множество значений, как, например, звуковые и электромагнитные волны.

При **дискретной форме представления информации** физическая величина может принимать конечное множество значений.

Пример аналогового представления информации — картина художника, написанная маслом. Пример дискретного представления информации — та же картина на экране компьютера, где она представляется конечным числом точек экрана, каждая точка имеет свой цвет из ограниченного набора цветов.

Примером аналогового хранения звуковой информации является виниловая пластинка (звуковая дорожка изменяет свою форму непрерывно), а дискретного — аудио-компакт-диск, звуковая дорожка которого содержит участки с различной отражающей способностью.

Аналоговая форма представления информации может быть преобразована в дискретную форму. Пример дискретизации приводится в главе 4 «Передача информации. Кодирование информации» при описании кодирования звука. Возможность дискретизации непре-

ровного сигнала принципиально важна с точки зрения информатики. В компьютерах внутреннее представление информации дискретно. Дискретизация аналоговой информации позволяет сделать её пригодной для компьютерной обработки.

Минимальное количество информации, которое можно получить, содержит ответ на вопрос, допускающий два варианта ответа: «да» (1) или «нет» (0).

Минимальная единица измерения информации называется **бит**. Термин bit происходит от сокращения английских слов **binary digit** (двоичная цифра). Один бит (одна из двух цифр) соответствует одному разряду двоичного кода. Получение информационного сообщения в один бит уменьшает неопределённость нашего знания о чём-либо в два раза.

В вычислительной технике битом называют наименьшую порцию памяти, необходимую для хранения одного из двух знаков — **0** или **1**, используемых для представления информации (данных и команд) в компьютере.

Бит — очень маленькая единица информации, поэтому существует величина **байт**, представляющая собой последовательность из 8 бит (1 байт — 2^3 бит).

Более крупные единицы измерения информации обозначаются с использованием префиксов (приставок), известных нам из физики (кило, мега и т. д.). В международной системе единиц эти приставки означают кратность степени числа 10, поэтому их называют десятичными. При измерении информации каждый следующий префикс соответствует увеличению значения не в 1000, а в **$1024 = 2^{10}$** раз. Приставки называют двоичными и записывают, начиная с прописной буквы *. Например:

килобит: 1 Кбит = 1024 бит = 2^{10} бит;

мегабит: 1 Мбит = 2^{10} Кбит = 2^{20} бит;

гигабит: 1 Гбит = 2^{10} Мбит = 2^{20} Кбит = 2^{30} бит;

терабит: 1 Тбит = 2^{10} Гбит = 2^{20} Мбит = 2^{30} Кбит = 2^{40} бит;

петабит: 1 Пбит = 2^{10} Тбит = 2^{20} Гбит = 2^{30} Мбит = 2^{40} Кбит = 2^{50} бит.

При решении задач вам зачастую будет необходимо проводить операции над различными единицами измерения информации (складывать, делить, умножать). В таких задачах следует переходить к одной единице измерения, как в физике. А решение сведётся к устному счёту, если представлять килобайты, мегабиты и т. д. просто степенями двойки. Их будет удобно умножать и делить. Со сложением будет чуть сложнее, но всё равно вполне комфортно. Вам пригодится таблица соответствия единиц измерения информации.

* По международным стандартам для обозначения кратности степеням двойки должны использоваться новые обозначения двоичных приставок. Они начинаются на те же слоги, что десятичные, но второй слог у всех двоичных приставок **би** (от англ. binary (двоичный)), — т. е. килобит становится кибибитом, мегабит — мебибитом и т. д. Эти обозначения пока не прижились, и на практике чаще используются привычные десятичные приставки.

1 байт	2^3 бит						
1 Кбайт	2^{13} бит	2^{10} байт					
1 Мбайт	2^{23} бит	2^{20} байт	2^{10} Кбайт				
1 Гбайт	2^{33} бит	2^{30} байт	2^{20} Кбайт	2^{10} Мбайт			
1 Тбайт	2^{43} бит	2^{40} байт	2^{30} Кбайт	2^{20} Мбайт	2^{10} Гбайт		
1 Пбайт	2^{53} бит	2^{50} байт	2^{40} Кбайт	2^{30} Мбайт	2^{20} Гбайт	2^{10} Тбайт	

Пример 2.6. Задание с кратким ответом

Сколько килобайт информации содержит сообщение объёмом 2^{16} бит? В ответе укажите одно число.

Решение. Воспользуемся приведённой выше таблицей: 1 Кбайт = 2^{13} бит, отсюда, 2^{16-13} Кбайт = 2^3 Кбайт = 8 Кбайт.

Ответ: 8.

Пример 2.7. Задание с выбором одного ответа

Выберите вариант ответа, в котором объёмы информации расположены в порядке убывания:

- 1) 1010 байт, 2 байт, 1 Кбайт, 20 бит, 10 бит
- 2) 1010 байт, 1 Кбайт, 20 бит, 2 байт, 10 бит
- 3) 1010 байт, 1 Кбайт, 2 байт, 20 бит, 10 бит
- 4) 1 Кбайт, 1010 байт, 20 бит, 2 байт, 10 бит

Решение. Приведём все величины к одной единице измерения, например, выразим все значения в битах:

$$1010 \text{ байт} = 1010 \cdot 8 \text{ бит};$$

$$2 \text{ байт} = 2 \cdot 8 \text{ бит} = 16 \text{ бит};$$

$$1 \text{ Кбайт} = 1024 \text{ байт} = 1024 \cdot 8 \text{ бит}.$$

Расположим значения по убыванию:

$1024 \cdot 8$ бит; $1010 \cdot 8$ бит; 20 бит; 16 бит; 10 бит или 1 Кбайт; 1010 байт; 20 бит; 2 байт; 10 бит.

Ответ: 4.

Системы счисления

Системы счисления — это способы представления числовой информации. Они созданы человеком, поэтому относятся к искусственным системам.

В любой системе счисления для представления чисел выбирают некоторые символы — **цифры**. В результате выполнения операций над цифрами получают числа. Цифры можно сравнить с буквами алфавита (знаками), а числа — со словами, составленными из этих букв и обозначающими предмет, понятие и т. д.

Системой счисления называют совокупность символов (цифр) и правил их использования для построения, записи и наименования чисел.

Существуют *позиционные* и *непозиционные системы счисления*. В непозиционных системах счисления количественное значение цифры числа не зависит от её позиции в записи числа. В позиционной системе счисления вклад каждой цифры в величину числа зависит от её позиции в записи числа.

Непозиционные системы счисления

В непозиционной системе счисления каждой цифре соответствует величина, не зависящая от её места в записи числа. К таким системам относится **римская** система счисления.

Цифры римской системы счисления

I — 1	X — 10	C — 100	M — 1000
V — 5	L — 50	D — 500	

Правила составления чисел в римской системе

- меньшее число, стоящее справа от большего, прибавляется к большему: $XI = 10 + 1 = 11$;
- меньшее число, стоящее слева от большего, вычитается из большего: $IX = 10 - 1 = 9$.

Как видно из приведённых примеров, цифры I и X не меняют своё количественное значение в зависимости от позиции в записи числа.

Для правильной записи больших чисел римскими цифрами необходимо сначала записать число тысяч, затем сотен, затем десятков и, наконец, единиц.

Например, число 1998 запишем в римской системе счисления: 1 тысяча — M, 900 — CM, 90 — XC, 8 — VIII. Запишем их вместе: MCMXCVIII.

Приведём примеры вычисления значения числа, записанного в римской системе счисления.

Римское обозначение	Вычисление значения числа	Число
IV	$5 - 1$	4
VIII	$5 + 1 + 1 + 1$	8
IX	$10 - 1$	9
XXIX	$10 + 10 + (10 - 1)$	29
XLVI	$50 - 10 + 5 + 1$	46
XCIX	$100 - 10 + (10 - 1)$	99
DCLXVII	$500 + 100 + 50 + 10 + 5 + 1 + 1$	667
DCCCLXXXVIII	$500 + 100 + 100 + 100 + 50 + 10 + 10 + 10 + 5 + 1 + 1 + 1$	888
MCMXCVIII	$1000 + (1000 - 100) + (100 - 10) + 5 + 1 + 1 + 1$	1998
MMIX	$1000 + 1000 + (10 - 1)$	2009

Позиционные системы счисления

В позиционных системах количественное значение цифры («вес» цифры) определяется её позицией в записи числа. Позиции мы будем называть также **разрядами** числа.

Главная характеристика позиционных систем — **основание системы счисления** P . Основание системы счисления определяет:

- количество цифр, используемых для записи чисел;
- вес каждого разряда (позиции) в записи чисел.

Количество цифр равно основанию системы. Совокупность используемых цифр называют **алфавитом системы счисления**.

Разряды целого числа нумеруются справа налево, начиная с нуля. Вес каждого разряда равен основанию системы счисления, возведённому в степень, равную номеру разряда. Вес каждого разряда образует **базис** позиционной системы счисления. В десятичной системе счисления базис целого числа образует последовательность $10^n, \dots, 10^4, 10^3, 10^2, 10, 1$. Например, в десятичном числе 567 цифра 5 означает пять сотен, цифра 6 — шесть десятков, цифра 7 — семь единиц. Число 567 можно представить в виде $5 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 7 \cdot 1$ или $5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 7$.

Позиционные системы счисления с основанием P называют **P -ичными** (далее будем обозначать их **СС P**).

Запись числа x в P -ичной системе счисления

$$X_p = x_n \dots x_1 x_0 \cdot x_{-1} x_{-2} \dots x_{-m}$$

называется **свёрнутой формой** записи числа (это привычная нам форма записи чисел). Здесь $x_n, \dots, x_1, x_0, x_{-1}, x_{-2}, \dots, x_{-m}$ — цифры в записи числа, $n + 1$ и m — количество целых и дробных разрядов числа, p — основание системы счисления, которое записывается в виде нижнего индекса справа от числа. Для чисел в десятичной системе счисления (СС $_{10}$) индекс, как правило, не указывают.

X_p можно представить также в виде многочлена:

$$X_p = x_n \cdot P^n + \dots + x_1 P^1 + x_0 P^0 + x_{-1} P^{-1} + x_{-2} P^{-2} + \dots + x_{-m} P^{-m}.$$

Такая запись называется **развёрнутой формой** записи числа.

В любой P -ичной системе счисления натуральные числа, меньшие основания, представляются в виде одной цифры. Само число P записывается в виде 10_p ($P = 1 \cdot P + 0$). Число P^2 записывается в виде 100_p ($P = 1 \cdot P^2 + 0 \cdot P + 0$), P^3 записывается в виде 1000_p и т. д., по аналогии с десятичной системой счисления.

Если для записи целого числа в системе счисления с основанием P используется N разрядов (цифр), то количество различных чисел равно P^N , это числа от 0 до $P^N - 1$.

Например, если для записи десятичных чисел используется три разряда (x_2, x_1, x_0), можно записать 1000 разных чисел — от 0 до $(10^3 - 1) = 999$.

Основные задачи при изучении систем счисления:

- 1) перевод числа из одной системы счисления в другую;
- 2) выполнение арифметических действий в произвольной системе счисления.

Перевод числа

из одной позиционной системы счисления в другую

Рассмотрим два правила перевода чисел из одной позиционной системы счисления в другую:

- 1) из системы счисления с произвольным основанием ($СС_p$) в десятичную систему счисления ($СС_{10}$);
- 2) из десятичной системы счисления ($СС_{10}$) в систему счисления с произвольным основанием ($СС_p$)*.

Основное различие этих правил зависит от того, в какой системе счисления проводятся вычисления — в исходной или в новой.

Для перевода числа $x_n x_{n-1} \dots x_1 x_0 . x_{-1} x_{-2} \dots x_{-m}$, записанного в P -ичной системе счисления ($СС_p$), в десятичную систему счисления ($СС_{10}$) применяют формулу разложения числа по основанию системы счисления P :

$$x_n \cdot P^n + \dots + x_1 P^1 + x_0 P^0 + x_{-1} P^{-1} + x_{-2} P^{-2} + \dots + x_{-m} P^{-m}.$$

Вычисления по этой формуле проводятся в «новой» (десятичной) системе счисления. Это значит, что цифры «старой» системы счисления и её основание переводят в десятичную систему счисления, после чего проводят вычисления.

Для перевода целого числа из $СС_{10}$ в $СС_p$ используется следующий алгоритм: последовательно делят с остатком исходное число на основание «новой» системы счисления P до получения нулевого результата; записывают остатки, начиная с последнего, и получают представление исходного числа в $СС_p$. Вычисления проводятся в исходной, или «старой» (десятичной), системе счисления.

Правила выполнения арифметических действий

Правила выполнения арифметических действий для всех позиционных $СС$ одинаковы и совпадают с правилами в $СС_{10}$. В их основе лежат таблицы сложения и умножения однозначных чисел. При выполнении арифметических действий в $СС_p$ надо помнить о величине P — основании системы, в которой выполняются действия, и о том, что цифры результатов не могут быть больше максимальной цифры.

В информатике в основном рассматриваются следующие системы:

- десятичная ($P = 10$, цифры: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9);
- двоичная ($P = 2$, цифры: 0, 1);
- восьмеричная ($P = 8$, цифры: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7);
- шестнадцатеричная ($P = 16$, цифры: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, А, В, С, D, E, F).

Двоичная система счисления

Для моделирования работы электронных устройств компьютеров и других устройств обработки информации применяется наиболее под-

* Эти правила можно использовать для любых двух систем счисления.

ходящая **двоичная система счисления**. Это связано с надёжностью представления цифр 0 и 1 в электронных устройствах компьютера.

Нули могут стоять как в начале, так и в конце записи числа. Тогда говорят о **значащих** и **незначащих нулях**. Незначащие нули при записи чисел, как правило, отбрасываются. Значение числа при этом не меняется:

$$\underbrace{000}_{\text{незначащие нули}} 1001011 \underbrace{000}_2$$

Для двоичных чисел действуют следующие **правила сложения**:

$$\begin{aligned} 0 + 0 &= 0 \\ 0 + 1 &= 1 \\ 1 + 0 &= 1 \\ 1 + 1 &= 10 \end{aligned}$$

Запишем несколько первых чисел натурального ряда (P_{10}) в двоичной системе счисления (P_2):

P_{10}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_2	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010

Ряд чисел в P_2 получен последовательным прибавлением единицы к предыдущему числу, например:

$$\begin{array}{r} + 11 \\ \frac{1}{100} \end{array}$$

Рассуждаем так: по правилам сложения для CC_2 $1 + 1 = 10$; в младшем разряде (самом правом) ноль пишем, один в уме. Для следующего разряда: 1 плюс 1 в уме тоже равно 10, записываем 10. Таким образом, слева добавляется ещё один разряд в записи числа, в нём записана 1.

Перевод двоичного числа в десятичную систему счисления

Воспользовавшись формулой разложения числа по основанию системы счисления, переведём некоторые двоичные числа в их десятичные представления:

$$\begin{aligned} 1) 11011_2 &= 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 16 + 8 + 2 + 1 = 27_{10}; \\ 2) 100010_2 &= 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 32 + 2 = 34_{10}. \end{aligned}$$

Важно не забывать, что позиции целого числа нумеруются справа налево, начиная с нуля. Для того чтобы быстро и без ошибок переводить двоичные числа в десятичные, полезно запомнить базис CC_2 (веса разрядов) хотя бы до десятой степени двойки:

CC_2	2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
CC_{10}	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

Перевод числа из двоичной СС в десятичную СС сводится к следующему: следует в десятичной системе счисления сложить те степени двоек, которые соответствуют единицам в записи исходного двоичного числа.

Перевод десятичного числа в двоичную систему счисления

Способ 1

Для преобразования числа из CC_{10} в CC_2 будем выполнять деления:

- 1) десятичное число делим на два, записываем остаток от деления;
- 2) целую часть частного делим на два, приписываем остаток от деления слева к записанным остаткам;
- 3) если целая часть частного равна нулю, деление прекращаем, иначе — переход к 2).

Остатки от деления есть цифры полученного двоичного числа.

Пример 2.8. Задание с кратким ответом

Переведите число 81_{10} в двоичную систему счисления. В ответе запишите только число без указания основания системы счисления.

Решение.

Выражение	Частное	Остаток	
$81 : 2$	40	1	↑ Разряды в записи числа
$40 : 2$	20	0	
$20 : 2$	10	0	
$10 : 2$	5	0	
$5 : 2$	2	1	
$2 : 2$	1	0	
$1 : 2$	0	1	

Выпишем остатки от деления в том порядке, как указывает стрелка (снизу вверх). Получим 1010001.

Часто для перевода числа из десятичной СС в систему счисления с другим основанием деление записывают столбиком. Для примера 2.8 деление выглядит так:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \underline{81} \quad | \quad 2 \\
 \underline{80} \quad \underline{40} \quad | \quad 2 \\
 \mathbf{1} \quad \underline{40} \quad \underline{20} \quad | \quad 2 \\
 \quad \quad \mathbf{0} \quad \underline{20} \quad \underline{10} \quad | \quad 2 \\
 \quad \quad \quad \mathbf{0} \quad \underline{10} \quad \underline{5} \quad | \quad 2 \\
 \quad \quad \quad \quad \mathbf{0} \quad \underline{4} \quad \underline{2} \quad | \quad 2 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \mathbf{1} \quad \underline{2} \quad \underline{1} \quad | \quad 2 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \mathbf{0} \quad \underline{0} \quad \underline{0} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \mathbf{1}
 \end{array}
 \end{array}$$

Таким образом, степени двойки, которые вошли в последовательные вычитания, дают единицы в соответствующих разрядах двоичного числа, в остальных разрядах — нули. Получим 1001010_2 .

Ответ: 1001010_2 .

Ещё примеры:

1) $128_{10} = 2^7 = 10000000_2$;

2) $35_{10} = 2^5 + 2^1 + 2^0 = 100011_2$.

Двоичная запись чисел неудобна для восприятия и является очень громоздкой. Даже двузначные десятичные числа в двоичном виде имеют семь разрядов ($99_{10} = 1100011_2$). Поэтому в книгах и программных средах представление двоичных чисел заменяют их представлением в восьмеричной или шестнадцатеричной системе счисления. Эти две системы счисления являются «родственниками» двоичной, так как основания систем связаны степенной зависимостью: $8 = 2^3$, $16 = 2^4$. Это даёт возможность легко переходить от записи числа в CC_2 к записям в CC_8 и CC_{16} и наоборот.

Восьмеричная система счисления

В восьмеричной системе счисления для записи чисел используются восемь цифр (0, 1, ..., 7). Перевод в десятичную систему осуществляется стандартным способом разложения по основанию системы счисления, например:

$$726_8 = 7 \cdot 8^2 + 2 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 = 7 \cdot 64 + 2 \cdot 8 + 6 \cdot 1 = 470_{10}.$$

Для перевода чисел из десятичной системы в восьмеричную систему применим метод последовательных делений.

Пример 2.10. Задание с кратким ответом

Перевести число 127_{10} в восьмеричную систему счисления.

Решение.

Выражение	Частное	Остаток
$127 : 8$	15	7
$15 : 8$	1	7
$1 : 8$	0	1

Запишем остатки от деления в обратном порядке: 177_8 .

Ответ: 177_8 .

Восемь — это 2^3 . Существует способ перевода двоичных чисел в восьмеричные без промежуточного перевода в десятичную. Каждая цифра восьмеричной системы счисления представляется числом из трёх разрядов в двоичной системе, как показано в таблице.

Основание системы счисления			
2	8	2	8
000	0	100	4
001	1	101	5
010	2	110	6
011	3	111	7

Чтобы перевести число из восьмеричной системы в двоичную, достаточно каждую цифру восьмеричного числа заменить двоичным числом из трёх разрядов (**триадой**). Однозначные и двузначные числа двоичного числа дополняются незначащими нулями до трёх разрядов.

Пример 2.11. Задание с кратким ответом

Перевести число 701_8 в двоичную систему счисления.

Решение. Цифра 7 восьмеричной системы счисления представляется в двоичной как 111_2 , цифра 0 как 000_2 , цифра 1 как 001_2 . Получим $111\ 000\ 001_2$.

Не забывайте, что надо обязательно использовать ровно три двоичных разряда для представления одной восьмеричной цифры! Если не придерживаться этого правила, можно получить неверную запись числа (например, 11101).

Ответ: 111000001 .

Для перевода чисел из двоичной системы счисления в восьмеричную необходимо разбить двоичное число на триады справа налево и заменить их на соответствующие восьмеричные числа. Недостающие незначащие нули дописываются.

Пример 2.12. Задание с кратким ответом

Представить число 1001110011001_2 в восьмеричной системе счисления.

Решение. Разобьём двоичную запись числа на триады справа налево. При необходимости слева допишем незначащие нули.

$$\underbrace{010011110011001}_2$$

2 3 6 3 1

Получим запись восьмеричного числа 23631 .

Самая распространённая ошибка при решении подобных задач — разбиение числа на триады слева направо.

Ответ: 23631 .

Шестнадцатеричная система счисления

В шестнадцатеричной системе счисления используют 16 цифр (напомним, что количество цифр в позиционной системе счисления равно её основанию). В позиционных системах счисления количественное значение цифры зависит от разряда, в котором она находится, поэтому все цифры должны занимать один разряд. Поскольку десятью цифрами десятичной системы обозначить все цифры шестнадцатеричной системы невозможно, то оставшиеся шесть цифр обозначаются латинскими буквами: **A, B, C, D, E, F**, которые соответствуют десятичным значениям 10, 11, 12, 13, 14, 15.

Перевод шестнадцатеричного числа в десятичное осуществляется стандартным способом, но при вычислениях все шестнадцатеричные цифры заменяются соответствующим десятичным представлением (вычисления проводятся в новой, десятичной СС):

$$FF1_{16} = 15 \cdot 16^2 + 15 \cdot 16^1 + 1 \cdot 16^0 = 15 \cdot 256 + 15 \cdot 16 + 1 \cdot 1 = 4181_{10}.$$

При переводе десятичных чисел в шестнадцатеричное представление при помощи последовательных делений остатки от 10 до 15 заменяются соответствующими буквами от А до F.

Пример 2.13. Задание с кратким ответом

Перевести число 3556_{10} в шестнадцатеричную систему счисления.

Решение:

Выражение	Частное	Остаток
$3556 : 16$	222	4
$222 : 16$	13	14 (E)
$13 : 16$	0	13 (D)

Выпишем остатки от деления в обратном порядке. Не забудьте, что каждая цифра должна занимать ровно одну позицию в записи числа. Самая распространённая ошибка при решении подобных задач — запись не шестнадцатеричной цифры, а её десятичного значения. Для этого примера запись 13144 неверна. Верной является запись $DE4_{16}$.

Ответ: $DE4_{16}$.

Шестнадцать, как и восемь, является степенью двойки, поэтому существует простой способ взаимного перевода чисел из одной из этих систем в другую. Будем использовать следующую таблицу соответствий чисел:

Основание системы счисления			
2	16		
		2	16
0000	0	1000	8
0001	1	1001	9
0010	2	1010	A
0011	3	1011	B
0100	4	1100	C
0101	5	1101	D
0110	6	1110	E
0111	7	1111	F

Чтобы перевести число из шестнадцатеричной системы в двоичную, достаточно каждую цифру шестнадцатеричного числа заменить двоичным числом из четырёх разрядов (**тетрадой**). Однозначные, двузначные и трёхзначные числа двоичного числа дополняются незначащими нулями до четырёх разрядов.

Пример 2.14. Задание с кратким ответом

Представить число $F0_{16}$ в двоичном виде.

Решение. Цифра F_{16} представляется как 1111_2 , а цифра 0_{16} , как 0000_2 . Получим $F0_{16} = 1111\ 0000_2$.

Ответ: 11110000.

Для перевода целых чисел из двоичной системы в шестнадцатеричную необходимо разбить двоичное число на четвёрки справа налево и заменить их на соответствующие шестнадцатеричные цифры. Недостающие незначащие нули дописываются слева при необходимости.

Пример 2.15. Задание с кратким ответом

Представить число 1011110011001_2 в шестнадцатеричной системе счисления.

Решение. Разобьём двоичную запись числа на тетрады справа налево. При необходимости слева допишем незначащие нули:

$$\underbrace{0010}_{2} \underbrace{1111}_{F} \underbrace{1100}_{9} \underbrace{11001}_{9}_2$$

Получим запись шестнадцатеричного числа $2F99_{16}$

Ответ: 2F99.

Связь между двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной системами счисления позволяет «транзитивно» через CC_2 переводить числа из CC_8 в CC_{16} и наоборот. Например:

- 1) $56_8 = 101110_2 = 00101110_2 = 2E_{16}$;
- 2) $1A0_{16} = 000110100000_2 = 110100000_2 = 640_8$.

Номер разряда CC_2	3	2	1	0
Вес разряда в CC_2	8	4	2	1
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
$3 = 2 + 1$	0	0	1	1
...
$12 = 8 + 4$	1	1	0	0
$13 = 8 + 4 + 1$	1	1	0	1
$14 = 8 + 4 + 2$	1	1	1	0
$15 = 8 + 4 + 2 + 1$	1	1	1	1

Таблицы соответствий цифр CC_8 и CC_{16} с их представлением триадами и тетрадами в CC_2 можно не запоминать. Используйте метод последовательного разложения по степеням двойки десятичных чисел от 0 до 15 в двоичную систему счисления, например: $14 = 8 + 4 + 2 = 1110_2$. Если степень двойки вошла в разложение, в соответствующий разряд запишем 1, если нет — 0.

Пример 2.16 *. Задание с выбором одного ответа

Вычислите сумму чисел x и y , если $x = 110111_2$, $y = 135_8$. Результат представьте в двоичной системе счисления.

- 1) 11010100_2
- 2) 10100100_2
- 3) 10010011_2
- 4) 10010100_2

Решение. Варианты ответа представлены в двоичной системе, поэтому удобнее будет перевести число y в двоичную систему и сложить числа в ней:

$$y = 135_8 = 001011101_2 = 1011101_2.$$

Складываем числа x и y в столбик с использованием таблицы сложения CC_2 :

$$\begin{array}{r} 110111 \\ + 1011101 \\ \hline 10010100 \end{array}$$

Напомним, что в двоичной системе счисления:

- $1 + 1 = 10$;
- $1 + 1 + 1 = 11$.

Полученный ответ сравниваем с вариантами ответов.

Ответ: 4.

